

Programme ACE

CP

UNITÉ 8

Découvrir la différence
La différence comme écart

Temps conseillé : 1 semaine



Unité 7

Semaine type

Situation d'apprentissage	3h	Découvrir la différence, la différence comme écart La différence est ce que j'ajoute au plus petit pour avoir le plus grand Ecriture symbolique de la différence
Calcul Mental	1h	Progression journalière
Estimation	1h	Estimateur

Table des matières

Unité 7

Domaine d'apprentissage :..... 3

Grandeurs et mesures Erreur ! Signet non défini.

..... **Erreur ! Signet non défini.**

..... Erreur ! Signet non défini.

Calcul mental..... 12

Estimation :..... 13



Domaine SITUation

Découvrir la différence, la différence comme écart

Introduction

Ce module aborde explicitement la différence, d'abord à partir d'une référence connue des élèves, les configurations de doigts, qui est introduite comme un moyen d'exprimer une comparaison entre deux annonces. Les élèves « comparent » les deux annonces en énonçant leur différence (par exemple 2) en désignant celle-ci par l'écriture $6 - 4$, en usant des expressions « 6, c'est 2 de plus que 4 », « 4, c'est 2 de moins que 6 », « la différence entre 6 et 4 est 2 ». Ensuite cette désignation et cette expression s'étendent à la comparaison de trains, puis à celle du schéma-ligne. Ainsi se produit l'emboîtement suivant : dire la différence et l'écrire, montrer la différence à partir des trains et des schémas lignes-trains pour la faire apparaître pour tous (en particulier pour les élèves moins avancés) et transcrire sur le schéma-ligne (symbolisation). Il existe ainsi une progressivité, au sein du module, dans l'appropriation de la différence/soustraction.

Ce module se centre sur la différence entre les petits nombres.

La référence aux doigts ne doit pas empêcher les progrès. Elle doit rester un moyen éventuel de contrôle des écritures soustractives que les élèves auront produites sans référence aux mains.

1. ENJEUX DU MODULE

1.1. Présentation du module

Il s'agit d'introduire la notion de différence, et celle de soustraction. Le module associe à ces notions le signe « - » et les systèmes symboliques déjà pratiqués (le schéma-ligne, la boîte). Il introduit le vocabulaire correspondant sans aucunement mobiliser des situations prototypiques de la soustraction (retrait, enlever, etc.), mais en se centrant sur la comparaison des quantités. En effet, puisque les élèves disposent de deux collections, il



n'est pas nécessaire d'user des termes « retrait » et « enlever » qui apparaissent lorsque la recherche de la différence/soustraction se réalise sur la collection la plus grande (on part alors de la plus grande collection et on « enlève » pour montrer ce qui « reste »). Ici, les élèves sont en présence de deux collections et la différence est matérialisée par ce qui est « en trop » ou « en moins ».

Ce module se donne comme objectif de représenter/modéliser la différence entre deux nombres par une écriture mathématique. Par exemple, la différence entre 8 et 2 peut être représentée/modélisée par l'écriture soustractive $8 - 2$.

Les élèves doivent donc se rendre capables d'évaluer exactement une différence numérique lors d'une comparaison (par exemple la différence entre 7 et 4 est 3, entre 10 et 7 est 3, entre 20 et 17 est 3, etc.), mais aussi d'exprimer à partir d'un nombre la différence qu'il peut signifier, en tant qu'« écart » entre deux nombres. Par exemple 4 est la différence entre 5 et 1, puisque $5 - 1 = 4$ (et $1 + 4 = 5$), mais aussi la

différence entre 25 et 21, puisque $25 - 21 = 4$ (et $21 + 4 = 25$), mais aussi la différence entre 12 et 8, etc. *Dans cette perspective, une excellente habitude peut être instituée dans la classe, qui consiste à montrer « l'écart », c'est-à-dire la différence, en déplaçant sur la bande numérique un train-nombre (cf. plus bas) de 4, par exemple, ce qui montre la conservation de la différence par translation.*

A terme, les élèves doivent être familiarisés avec l'usage de « type algébrique » des structures additives (par exemple, de $7 - 3 = 4$, déduire $4 + 3 = 7$ et $7 - 4 = 3$; de $4 + 3 = 7$, déduire $7 - 4 = 3$ et $7 - 3 = 4$), qui seront en particulier systématiquement reprises dans les modules suivants.

Ce module a donc pour objectif de comparer deux collections. Ces deux collections sont représentées au départ par deux annonces écrites par deux élèves, puis par des « trains » de différentes longueurs, puis par des lignes graduées de différentes longueurs.

1.2 Remarques sur le rôle du professeur

Le professeur portera une attention particulière au vocabulaire employé par lui-même et par les élèves notamment en insistant sur le fait que ni la différence (en



tant que résultat d'une soustraction), ni la soustraction elle-même, ne doivent être assimilées à un retrait. Le professeur n'utilisera donc pas des termes « enlever », « retirer », etc. Il utilisera systématiquement des procédures de « formulations synonymes » en disant et en faisant dire aux élèves, par exemple : « la différence entre 7 et 4 est 3, ou la différence entre 7 et 4 c'est 3 », « 7 est plus grand que 4 de 3 », « 7 c'est 3 de plus que 4 », « 4 c'est 3 de moins que 7 », « 4 est plus petit que 7 de 3 ». Puis il utilisera systématiquement, et veillera à la faire approprier par les élèves, l'expression $7 - (\text{moins}) 4 = 3$, ainsi l'expression « la soustraction $7 - 4$ », et des expressions dérivées.

Les trois premières séances (dont certaines peuvent être dédoublées) proposées dans ce module se compose d'une première phase dédiée spécifiquement à l'anticipation (d'une durée relativement courte, environ 15-20 minutes) pour laquelle le professeur forme un groupe de 4- 6 élèves de niveau hétérogène. Le retour au grand groupe se fera lors de la seconde phase.

2. UNE MISE EN PLACE EFFECTIVE DE LA PREMIERE SEANCE

La séance se déroule sur 1 heure environ et se décompose selon les phases suivantes.

Elle peut être dédoublée si le besoin s'en fait sentir.

Phase 0 : séance d'anticipation 1

L'une des caractéristiques marquantes de cette séance est l'usage de comparaison « matérielle » de trains (cf. ci-dessous § 2.2). Les premières expérimentations ont montré que ce nouveau matériel était pertinent, mais devait être approprié par les élèves. La séance d'anticipation de la phase 1 peut être alors consacrée à travailler cette appropriation avec les élèves moins avancés, les idées centrales de comparaison et de différence étant concrétisées par les trains-nombres.

Une idée de séance peut être alors la suivante.



La bataille des nombres/trains : elle oppose 2 équipes de 2 élèves par exemple.

Le professeur tient dans les mains 2 trains dont il montre seulement un bout (les élèves ne peuvent donc savoir de quel nombre il s'agit). Un élève tire un train/nombre et l'autre élève fait de même.

Le nombre le plus grand gagne et il faut le prouver par la comparaison et rechercher de combien le nombre est le plus grand, de combien l'autre est le plus petit, de combien donc est la *différence*... Ce jeu favorise les estimations après le premier tirage. Lors des parties, le professeur peut s'appuyer sur le fait que les nombres-trains sont quadrillés au recto et non quadrillés au verso pour demander aux élèves d'estimer la différence.

Une variante de la bataille des nombres/trains peut se jouer avec le gain attribué au nombre-train tiré le plus petit.

A la fin de ce module (cf. § 6) figure un compte-rendu du déroulement de cette séance 1 d'anticipation (classe de N. Vigot), dont on peut s'inspirer librement.

Phase 1 : présentation collective du jeu, Prolongement du jeu des annonces

Le professeur peut s'exprimer en substance de la manière suivante :

« Nous allons jouer à un nouveau jeu. Nous allons comparer deux annonces, en énonçant par exemple quelle est la plus grande annonce/la plus petite et de combien elle est plus grande/plus petite.

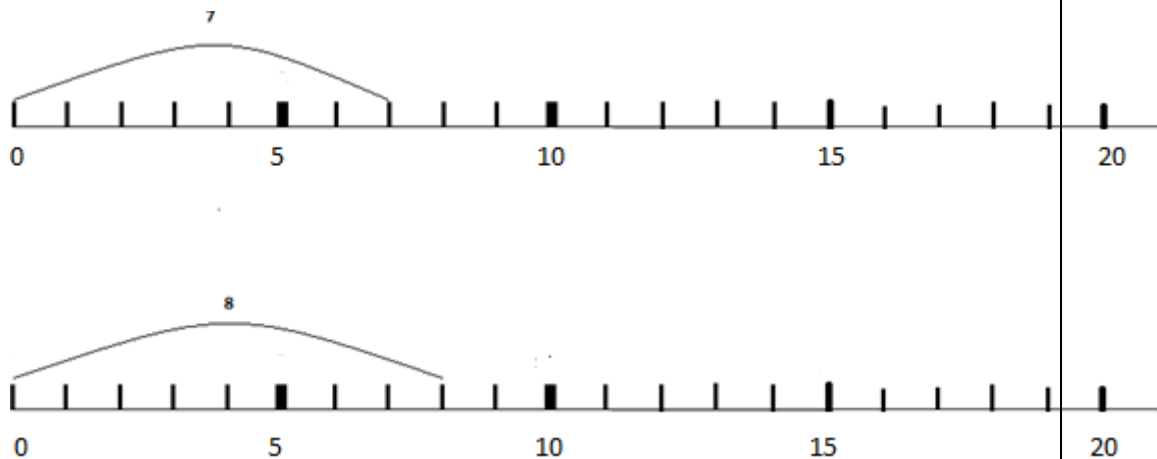
Puis nous allons chercher la différence qu'il existe entre ces deux annonces »

Les élèves écrivent chacun une annonce à 2 termes sur leur ardoise. Le professeur choisit deux ardoises, par exemple, l'annonce A : $5+2$ et l'annonce B : $4+4$.

Puis le professeur demande aux deux élèves dont les annonces ont été retenues de venir au tableau et de comparer oralement ces deux annonces (ici, l'annonce B est plus grande de 1 ou l'annonce A est plus petite de 1). Il s'agit donc de rechercher la différence entre ces deux annonces.

La vérification de cet énoncé (l'annonce B est plus grande de 1 ou l'annonce A est plus petite de 1) peut être réalisée de plusieurs manières qui peuvent coexister, sachant que l'on peut considérer l'usage des doigts, comme dans le jeu initial des annonces, pour faire le récit d'une situation qui correspond à l'écriture de l'annonce. Voici différentes manières possibles, que le professeur peut mettre en relation :

- un calcul, car je sais que $5+2 = 7$ et $4+4 = 8$ et 7 c'est plus petit que 8 de 1 (ou 8 est plus grand que 7 de 1). Ici, un récit/référence sera : « que 5 doigts et 2 doigts c'est pareil que 7 doigts ; que 4 doigts et 4 doigts c'est pareil que 8 doigts ; que 8 doigts c'est plus grand que 7 doigts, il y a 1 doigt *de plus* ; que 7 doigts c'est plus petit que 8 doigts, il y a un doigt *de moins* ») ;
- le double schéma-ligne où la différence est portée par la représentation. Ici, on utilise deux lignes superposées, qui donnent à voir cette différence ;

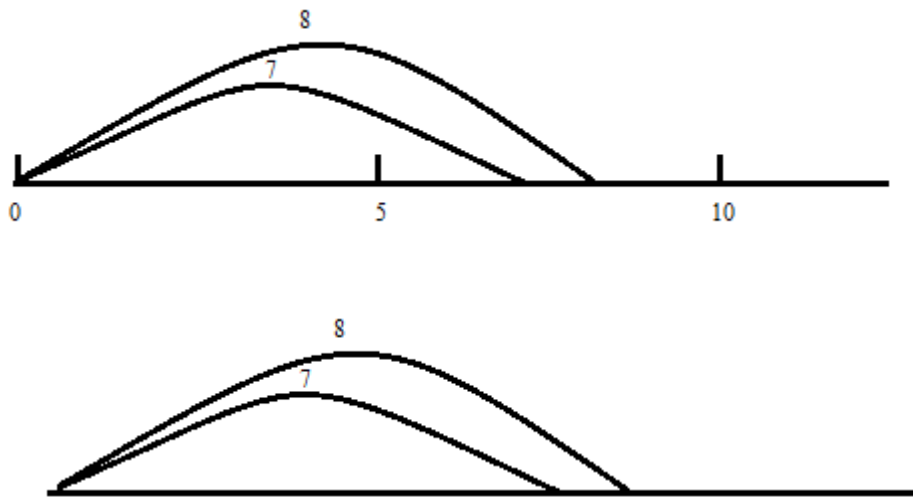


L'usage d'un seul schéma-ligne avec ou sans graduation est aussi possible.

- une comparaison « terme à terme » si la situation le permet (par exemple avec deux annonces de $5+4$ et $5+2$, il « suffit » de comparer 4 et 2 pour « voir/comprendre immédiatement » et de voir que la différence est de 2 ;
- par une procédure du type « faire voir un nombre dans un autre ». Ici, dans la comparaison de $5+2$ et $4+4$, « faire voir » par exemple 4 dans $5+2$ ou « chercher le/les 4 caché(s) » dans $5+2$ ($5+2 = 4+1+2 = 4+3$). Un récit-référence sera : on peut dire « 5 doigts c'est 4 doigts et 1 doigt, donc, 5 doigts et 2 doigts c'est 4 doigts et 1 doigt et 2 doigts, donc c'est 4 doigts et 3 doigts, etc. »), pour finalement comparer $4+4$ et $4+3$, c'est-à-dire 4 et 3. La différence est donc de 1.

Les deux schémas-lignes ci-dessous avec des graduations de 5 en 5 (l'usage de ces graduations semble plus difficile à appréhender pour les élèves) ou sans graduation permettent de voir un nombre dans un autre, voir le petit nombre dans le grand (le nombre 7 est ici contenu dans le nombre 8, est plus petit que 8, 8 est plus grand que 7).

Sur le premier schéma-ligne (graduations de 5 en 5), les élèves peuvent estimer la différence alors que le second schéma-ligne modélise plus spécifiquement la situation (je compare $4+4 = 8$ et de $5+2=7$).



Il est donc important que le professeur soit bien conscient de ces différentes manières de vérifier, pour pouvoir choisir dans les productions d'élèves des couples de production susceptibles de mobiliser ces différentes manières. De fait, le professeur peut garder à l'esprit trois types de stratégies différentes, que les élèves doivent appréhender :

- 1) Voir/comprendre immédiatement quelle est l'annonce la plus grande, avec des cas comme $5 + 2$ comparé à $5 + 3$ (un terme commun), ou $5 + 3$ comparé à $4 + 1$ (chacun des deux termes plus petit) ;
- 2) Prouver/donner à voir mathématiquement la différence, en faisant voir un nombre dans un autre. Par exemple $5 + 3 = 5 + 2 + 1$, donc $5 + 3$ est plus grand de 1 que $5 + 2$, la différence entre $5 + 3$ et $5 + 2$ est 1 ;
- 3) Donner à voir la différence sur le double schéma-ligne.



Phase 2 en binôme : travail de comparaison, les trains

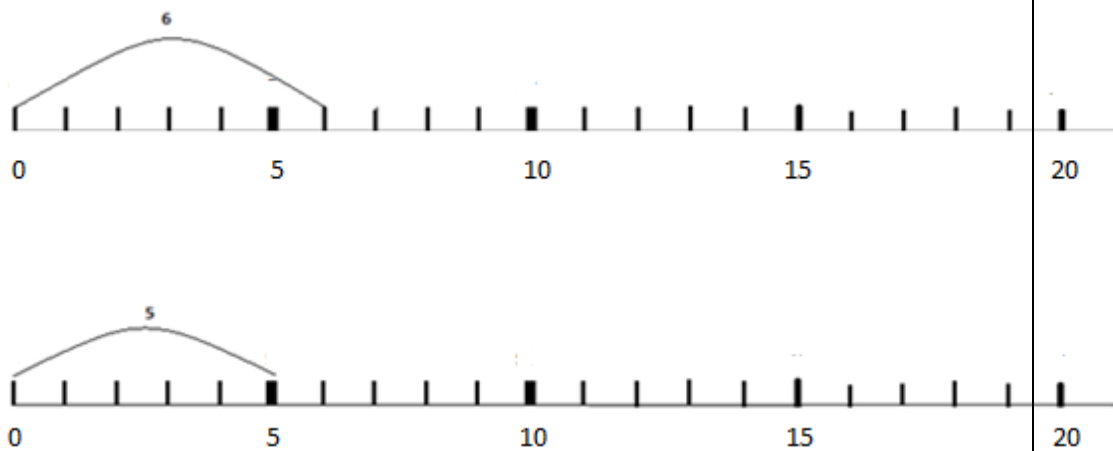
Le professeur a préparé des enveloppes contenant des trains en carton, *quadrillés* sur le recto, et *blancs* sur le verso. Les trains constituent des rectangles de 1 cm de large, et d'autant de cm de long que le nombre qu'ils représentent (par exemple le nombre 8 est représenté par un train-rectangle de 8 cm de long sur 1 cm de large, etc.). Ce sont donc des bandes qui représentent un nombre par une longueur et permettent de manipuler les schéma-lignes.

Sur la partie recto (quadrillée en cm), comme sur la partie verso, il est très important de faire apparaître, comme graduations en gras ou colorées, les repères du 5 et du 10. Ces repères permettront de limiter le comptage et d'habituer les élèves à estimer les trains-nombres en fonction de ces repères.

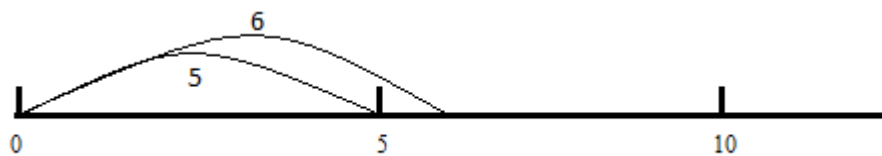
Le professeur distribue aux élèves deux sortes d'enveloppes contenant les trains-rectangles. Les jeux de train seront de couleur différente, afin de faciliter un premier repérage des trains pour la comparaison (on va ainsi dans un premier temps comparer un « train vert » et un « train rouge »). Mais les couleurs ne renvoient pas de façon univoque à une longueur. Les deux sortes d'enveloppes contiennent trois trains de 2, 4, et 6 (par exemple) et trois trains de 3, 5, et 1 (par exemple). Chacun des élèves d'un binôme est équipé d'une enveloppe différente de celle de son voisin (pour favoriser la comparaison). Le professeur donne aux élèves les enveloppes de trains. Le « risque », ici, est que les élèves fassent « spontanément » un rangement des trains qu'on leur a donnés. La consigne doit alors être précise. Le professeur peut dire : « *Vous ne sortez pas les trains des enveloppes. Chaque élève « pioche » un train au hasard dans son enveloppe, et compare avec le train du voisin* ». Le professeur propose alors aux élèves de se mettre d'accord, dans chaque binôme, sur la différence entre deux trains, et de la nommer.

Par exemple, un binôme d'élèves compare un train de 6 (pioché dans son enveloppe par l'élève A) et un train de 5 (pioché dans son enveloppe par l'élève B). Les élèves oralisent la différence entre ces deux trains : « *le train de A est plus grand de 1, le train de B est plus petit de 1, la différence entre les deux trains est de 1* »

Le professeur demandera à quelques groupes de proposer une des différences sur laquelle ils ont travaillées et la traitera collectivement au tableau. Le professeur montre alors que la comparaison des trains peut s'assimiler parfaitement à la comparaison des schémas-lignes de l'étape précédente.



Il montre concrètement la différence entre les deux trains, qu'on peut assimiler à la différence entre les deux schémas-lignes, qu'on pourrait représenter d'ailleurs avec un seul schéma-ligne (avec ou sans graduation), ce que le professeur donne à voir sans insister.



Dans cette phase, le professeur garde présent à l'esprit qu'il peut être intéressant, pour préparer la suite, que des couples différents de train donnent à voir la même différence (par exemple si l'on compare un train de 5 et un train de 3, on a la même différence que si l'on compare un train de 4 et un train de 2).



Phase 3 : Symbolisation de la différence, le signe « - »

Cette troisième phase a pour objectif d'introduire le signe « - » en l'associant au mot « différence » et au mot « soustraction ».

Elle se joue tout d'abord collectivement autour de trains dessinés au tableau (par exemple 7 et 4 ; 5 et 3 ; 6 et 2). Pour garder présente la possibilité de référence aux doigts, le professeur exprime le fait qu'« on regarde la différence entre deux trains, mais on pourrait regarder la différence entre deux annonces ».

Le professeur dit ensuite : « Regardez bien, je vais faire (je vais produire) au tableau une écriture qui montre la différence entre 7 et 4. Il écrit au tableau $7 - 4 = 3$, et dit « *J'ai écrit au tableau 7 moins 4 égale 3. 7 moins 4, c'est une soustraction, et 3 c'est la différence entre 7 et 4* ». Il demande ensuite aux élèves d'écrire (de copier) sur leur ardoise $7 - 4 = 3$.

Puis il passe à la seconde paire de trains (5 et 3), et demande à la classe si certains ont une idée de la soustraction à écrire et de la différence. Après discussion, il écrit au tableau $5 - 3 = 2$, en disant comme pour l'écriture précédente « *J'ai écrit au tableau 5 moins 3 égale 2. 5 moins 3, c'est une soustraction, et 2 c'est la différence entre 5 et 3* ». Il demande ensuite aux élèves d'écrire (de copier) sur leur ardoise $5 - 3 = 2$.

Puis il passe à la dernière paire de trains (6 et 2). Il demande directement aux élèves d'écrire la soustraction et sa différence sur leur ardoise. Après avoir discuté les propositions des élèves quant à cet exemple, il procède de la même façon que pour les deux premières paires de train en écrivant au tableau et en faisant écrire les élèves sur leur ardoise.

Le professeur sensibilise les élèves au fait que ces écritures reposent sur le jeu du « Faire voir un nombre dans un autre » : le nombre le plus petit est contenu dans le plus grand avec la différence. On peut exprimer cela en écrivant $6 = 2 + 4$.



Domaine d'apprentissage :

Calcul mental

Durée conseillée : 1h00

Balance de Roberval

Sur un plateau, faire $4+3$ avec des cubes de deux couleurs à comparer avec $4+5$.
Combien doit-on ajouter pour équilibrer la balance ? Conclure que $4+3+2=4+5$
Travailler plusieurs exemples de ce type

a) Feuille de calcul 1, Unité 8

$5+5, 3+3, 1+1, 4+4, 2+2, 6+6, 8+8, 7+7, 9+9, 0+0$ (révision des doubles)

b) Jeu de l'autobus

(Coll., oral) : Départ 20 personnes, 2 montent, 1 descend, ...

a) Feuille de calcul 2, Unité 8

moitié de 4, 8, 6, 10, 2, 12, 16, 14, 18, 0 (rappel lien avec les doubles)

b) Jeu du furet : +2 à partir de 0

Mise en place procédure double + 1 ($x+y$, avec $y=x+1$):

$6+7$ on ne sait pas bien, mais $6+6$ c'est 12, $6+7$ c'est 1 de plus !

Ind. Ard : $4+5, 3+4, 5+6, 7+8, 8+9$

Estimation : Introduction au logiciel Estimateur

Temps conseillé : 1h

Les enjeux de l'apprentissage :

Les nombres symboliques ont une signification arbitraire, ils ne renvoient pas en tant que tel à un sens. C'est la mise en correspondance entre un nombre et la grandeur à laquelle il correspond qui permet de donner du sens aux nombres symboliques. Nous utilisons l'estimation numérique pour faire cette mise en correspondance.

L'estimation numérique est une procédure de quantification largement utilisée au quotidien. Elle nous permet de vérifier la véracité d'un résultat, d'avoir une mesure approchée d'un calcul (approximer un résultat) et de calculer de manière approximative rapidement en utilisant moins de ressources.

Déroulement :

Pour plus d'informations, se référer au document « Estimation ».

Pourquoi cette étape ?

Comparativement à l'unité 1, les élèves seront désormais en salle informatique. On vise cette fois à une introduction au logiciel dans la situation qu'ils connaîtront toute l'année. Pour cela, ils seront tous sur ordinateur (à plusieurs sur un ordinateur), avec l'enseignant disponible pour aider, guider ceux qui sont en difficultés.

L'enseignant répartit les élèves en fonction du nombre d'ordinateurs disponibles. Il est probable qu'il soit nécessaire de mettre plusieurs élèves par ordinateur. Dans ce cas, l'enseignant veillera à répartir les élèves par niveau relativement homogène.

L'enseignant distribue un livret par élève. Il revient rapidement au début de la séance sur les objectifs de l'activité :

- estimer, le plus rapidement possible et sans compter, à peu près la position d'un nombre sur la bande de réponse.
- Ça n'a pas besoin d'être exact, on cherche juste à ce que l'élève soit le plus rapidement le plus proche de la réponse exacte.
- l'élève entre seul les paramètres du niveau qu'il va réaliser. Quand il a fini la session de jeu (10 essais), le logiciel lui indiquera son pourcentage de réussite. S'il a réussi, il peut mettre une croix dans son parcours. Si non, il ne note rien
- Quand l'élève a rempli les 3 bulles d'un niveau (donc il a réussi trois fois), il peut passer au niveau suivant.

Les élèves jouent à tour de rôle. Les échanges entre élèves sont possibles, dans le respect de l'ambiance de la classe.

Si cela était encore nécessaire, il est possible de faire à nouveau une séance introductive en classe. Toutefois, il est important que les élèves se retrouvent rapidement en situation réelle pour s'approprier le logiciel dans son format réel.

Il est utile de noter la date au début de chaque nouvelle page du parcours. Ainsi, l'enseignant pourra repérer les élèves qui n'avancent pas.

Ces échanges entre élèves sont très riches, ils visent soit à aider un élève en difficulté, soit à discuter de la réponse et à l'ajuster.